Generazione di campi magnetici

Introduzione

Facendo esperimenti si misura che:

- Un filo rettilineo infinito percorso da una corrente I genera un campo magnetico rotazionale dato da $B\theta = \mu_0 \cdot I/2\pi r$
  Il verso è dato dalla "regola della mano destra"
- Una spira circolare genera nel suo centro un campo magnetico parallelo al suo asse e dato da $B\perp = \mu_0 \cdot I/2a$.

μ_0 è detta "permeabilità magnetica del vuoto"

$$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\,\frac{\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{A}} = 4\pi\ 10^{-7}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$$

Formula integrale per B

Una densità di corrente J genera

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int dV'\,\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}') \times \frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}$$

caso particolare di una corrente I = JS in un filo o di una carica q situata in r′

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int d\boldsymbol{r}' \times \frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} q\boldsymbol{v} \times \frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}$$

III e IV equazione di Maxwell

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B} = 0,$$

La divergenza del campo magnetico vale zero (3a equazione di Maxwell) in quanto nessuno ha mai scoperto cariche magnetiche da cui uscirebbero le linee del campo magnetico B: in tutti i casi osservati le linee del campo magnetico 'girano' senza uscire da sorgenti.

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{B} \propto \boldsymbol{J}.$$

L'equazione giusta sembra essere ∇ × B = μ_0J

TEOREMA DI AMPÈRE

$$\oint \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{s} = \mu_0 I_{\text{concatenata}} \qquad \text{dove} \qquad I_{\text{concatenata}} = \Phi_J = \sum I_i$$

Riassunto

$$\begin{cases}
1) & \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = \dfrac{\rho}{\epsilon_0} & \Rightarrow & \Phi_E = Q_{\text{in}}/\epsilon_0 \\
2) & \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} & \Rightarrow & \oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{s} = \mathcal{E} = -\dot{\Phi}_B \\
3) & \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B} = 0 & \Rightarrow & \Phi_B = 0 \\
4) & \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{J} & \Rightarrow & \oint \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{s} = \mu_0 I_{\text{conc}} \\
 & \dfrac{\partial\rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{J} = 0 & \Rightarrow & \dot{Q}_{\text{in}} + \Phi_J = 0 \\
 & q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{F} & &
\end{cases}$$

Le equazioni dell'elettromagnetismo sono invarianti per rotazioni e per parità (la parità è quell'operazione matematica che riflette tutte le coordinate)

Le equazioni di elettricità e magnetismo sono invarianti sotto parità se E → −E si riflette come fanno vettori ordinari tipo la velocità v o la densità di corrente J (data dalla velocità media delle cariche elettriche). Viceversa il campo magnetico non si riflette B → B ed è quindi detto pseudo-vettore.